T-79.144 **Syksy 2002**
Logiikka tietotekniikassa: perusteet
Laskuharjoitus 3 (opetusmoniste, kappaleet 3.1 - 4.1)
8.-14.10.2002

1. Olkoon $\mathcal{A}_1 \subseteq \mathcal{P}$ ja $\mathcal{A}_2 \subseteq \mathcal{P}$ kaksi totuusjakelua ja $\phi \in \mathcal{L}$ lause. Osoita, että jos $\mathcal{A}_1 \cap At(\phi) = \mathcal{A}_2 \cap At(\phi)$, niin $\mathcal{A}_1 \models \phi \iff \mathcal{A}_2 \models \phi$.

2. Olkoon $\mathcal{A} = \emptyset$ totuusjakelu. Laske totuusmääritelmän nojalla allaolevan lauseen totuusarvo.

$$(\neg B \to \neg A) \to ((\neg B \to A) \to B)$$

3. Insinööri Sörsselssön laati seuraavat vaatimukset liikennevaloille kahden yksisuuntaisen kadun risteykseen:

(i) Kummassakin liikennevalossa on vihreä, keltainen ja punainen lamppu, joista täsmälleen yksi palaa kerrallaan.

(ii) Liikennevalojen vihreät lamput eivät pala yhtäaikaisesti.

(iii) Jos toisessa liikennevalossa palaa punainen lamppu, niin toisessa palaa joko keltainen tai vihreä lamppu.

a) Esitä annetut vaatimukset lauselogiikan lauseina.

b) Laadi syntyneelle lausejoukolle totuustaulukko.

c) Hae taulukon avulla lausejoukolle malli / totuusjakelu, jossa se ei toteudu.

d) Mieti parannusehdotuksia annetuille vaatimuksille (ajatellen todellisia liikennevaloja). Mitä liikennevalojen ominaisuuksia et pysty kuvaamaan lauselogiikan avulla?

4. Tutki totuustaulukoilla, pitävätkö seuraavat väitteet paikkansa.

a) Lause $(A \to B) \to ((B \to C) \to (A \to C))$ on pätevä.

b) Lause $\neg((A \to B) \to ((\neg A \to B) \to B))$ on toteutumaton.

c) Lauseet $A \leftrightarrow B$ ja $\neg(A \leftrightarrow \neg B)$ ovat loogisesti ekvivalentteja.

d) $\{(A \wedge B) \vee (C \wedge A), (A \wedge B) \vee \neg B\} \models A \vee (C \wedge \neg B)$.

5. Osoita seuraavat loogisen seuraavuuden ominaisuudet.

a) $\Sigma \subseteq \mathrm{Cn}(\Sigma)$.

b) Monotonisuus: $\Sigma_1 \subseteq \Sigma_2 \Rightarrow \mathrm{Cn}(\Sigma_1) \subseteq \mathrm{Cn}(\Sigma_2)$.

c) $\Sigma \models \phi \Rightarrow \mathrm{Cn}(\Sigma) = \mathrm{Cn}(\Sigma \cup \{\phi\})$.

d) $\mathrm{Cn}(\mathrm{Cn}(\Sigma)) = \mathrm{Cn}(\Sigma)$.

6. Peircen nuoli määritellään seuraavasti:

$$(A \downarrow B) \Leftrightarrow_{def} \neg A \wedge \neg B.$$

Määrittele sille semanttisen taulun säännöt.