

Logiikka tietotekniikassa: perusteet

Laskuharjoitus 3 (opetusmoniste, kappaleet 3.1 - 4.1)

8.-14.10.2002

1. Olkoon $\mathcal{A}_1 \subseteq \mathcal{P}$ ja $\mathcal{A}_2 \subseteq \mathcal{P}$ kaksi totuusjakelua ja $\phi \in \mathcal{L}$ lause. Osoita, että jos $\mathcal{A}_1 \cap At(\phi) = \mathcal{A}_2 \cap At(\phi)$, niin $\mathcal{A}_1 \models \phi \iff \mathcal{A}_2 \models \phi$.
2. Olkoon $\mathcal{A} = \emptyset$ totuusjakelu. Laske totuusmääritelmän nojalla allaolevan lauseen totuusarvo.

$$(\neg B \rightarrow \neg A) \rightarrow ((\neg B \rightarrow A) \rightarrow B)$$

3. Insinööri Sörsselssön laati seuraavat vaatimukset liikennevaloille kahden ysisuuntaisen kadun risteykseen:
 - (i) Kummassakin liikennevalossa on vihreä, keltainen ja punainen lamppu, joista täsmälleen yksi palaa kerrallaan.
 - (ii) Liikennevalojen vihreät lamput eivät pala yhtäaikaisesti.
 - (iii) Jos toisessa liikennevalossa palaa punainen lamppu, niin toisessa palaa joko keltainen tai vihreä lamppu.
 - a) Esitä annetut vaatimukset lauselogiikan lauseina.
 - b) Laadi syntyneelle lausejoukolle totuustaulukko.
 - c) Hae taulukon avulla lausejoukolle malli / totuusjakelu, jossa se ei toteudu.
 - d) Mieti parannusehdotuksia annetuille vaatimuksille (ajatellen todellisia liikennevaloja). Mitä liikennevalojen ominaisuuksia et pysty kuvaamaan lauselogiikan avulla?
4. Tutki totuustaulukoilla, pitävätkö seuraavat väitteet paikkansa.
 - a) Lause $(A \rightarrow B) \rightarrow ((B \rightarrow C) \rightarrow (A \rightarrow C))$ on pätevä.
 - b) Lause $\neg((A \rightarrow B) \rightarrow ((\neg A \rightarrow B) \rightarrow B))$ on toteutumaton.
 - c) Lauseet $A \leftrightarrow B$ ja $\neg(A \leftrightarrow \neg B)$ ovat loogisesti ekvivalentteja.
 - d) $\{(A \wedge B) \vee (C \wedge A), (A \wedge B) \vee \neg B\} \models A \vee (C \wedge \neg B)$.

5. Osoita seuraavat loogisen seuraavuuden ominaisuudet.

a) $\Sigma \subseteq \text{Cn}(\Sigma)$.

b) Monotonisuus: $\Sigma_1 \subseteq \Sigma_2 \Rightarrow \text{Cn}(\Sigma_1) \subseteq \text{Cn}(\Sigma_2)$.

c) $\Sigma \models \phi \Rightarrow \text{Cn}(\Sigma) = \text{Cn}(\Sigma \cup \{\phi\})$.

d) $\text{Cn}(\text{Cn}(\Sigma)) = \text{Cn}(\Sigma)$.

6. Peircen nuoli määritellään seuraavasti:

$$(A \downarrow B) \Leftrightarrow_{def} \neg A \wedge \neg B.$$

Määrittele sille semanttisen taulun säännöt.