

1. Insinööri Sörsselssön laati seuraavat vaatimukset liikennevaloille kahden yksisuuntaisen kadun risteykseen:

- (i) Kummassakin liikennevalossa on vihreä, keltainen ja punainen lamppu, joista täsmälleen yksi palaa kerrallaan.
 - (ii) Liikennevalojen vihreät lamput eivät pala yhtäaikaaisesti.
 - (iii) Jos toisessa liikennevalossa palaa punainen lamppu, niin toisessa palaa joko keltainen tai vihreä lamppu.
- a) Esitä annetut vaatimukset lauselogiikan lauseina.
 - b) Laadi syntyneelle lausejoukolle totuustaulukko.
 - c) Hae taulukon avulla lausejoukolle malli / totuusjakelu, jossa se ei toteudu.
 - d) Mieti parannusehdotuksia annetuille vaatimuksille (ajatellen todellisia liikennevaloja). Mitä liikennevalojen ominaisuuksia et pysty kuvaamaan lauselogiikan avulla?

2. Tutki totuustaulukoilla, pitävätkö seuraavat väitteet paikkansa.

- a) Lause $(A \rightarrow B) \rightarrow ((B \rightarrow C) \rightarrow (A \rightarrow C))$ on pätevä.
- b) Lause $\neg((A \rightarrow B) \rightarrow ((\neg A \rightarrow B) \rightarrow B))$ on toteutumaton.
- c) Lauseet $A \leftrightarrow B$ ja $\neg(A \leftrightarrow \neg B)$ ovat loogisesti ekvivalentteja.
- d) $\{(A \wedge B) \vee (C \wedge A), (A \wedge B) \vee \neg B\} \models A \vee (C \wedge \neg B)$.

3. Osoita seuraavat loogisen seuraavuuden ominaisuudet.

- a) $\Sigma \subseteq \text{Cn}(\Sigma)$.
- b) Monotonisuus: $\Sigma_1 \subseteq \Sigma_2 \Rightarrow \text{Cn}(\Sigma_1) \subseteq \text{Cn}(\Sigma_2)$.

◇

4. Todista seuraavat väittämät:

- a) $\Sigma \models \phi \Rightarrow \text{Cn}(\Sigma) = \text{Cn}(\Sigma \cup \{\phi\})$.
- b) $\text{Cn}(\text{Cn}(\Sigma)) = \text{Cn}(\Sigma)$.

5. Todista semanttisella taululla

a) $A \rightarrow (B \rightarrow B)$,

b) $(A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow C) \rightarrow (A \rightarrow C)$,

c) $(A \rightarrow B) \wedge (A \rightarrow C) \rightarrow (A \rightarrow B \wedge C)$ ja

d) $(A \rightarrow C) \wedge (B \rightarrow C) \wedge (A \vee B) \rightarrow C$.

6. Tutki semanttisella taululla, pitääkö annettu väittämä paikkansa. Jos ei, anna perusteluksi valuaatio missä se ei ole tosi (vastaesimerkki).

a) $\{B \rightarrow A, C \rightarrow B, (C \rightarrow A) \rightarrow D\} \models D$

b) $\{A \rightarrow C, A \vee B, \neg D \rightarrow \neg B\} \models C \rightarrow D$