Tik-79.144 **Syksy 2000**
Logiikka tietotekniikassa: perusteet
Laskuharjoitus 1
Ratkaisut

1. a) $\neg A \rightarrow \neg B$, kun
A = "Sinä autat"
B = "Saan työn valmiiksi"

b) $\neg A \wedge \neg B$, kun
A = "Tippa tappaa"
B = "Ämpäriin hukkuu"

c) $A \vee B \vee C$, kun
A = "Kuljen työmatkat jalan"
B = "Kuljen työmatkat pyörällä"
C = "Kuljen työmatkat joskus autolla"

d) Joko: A, kun
A = "Merja ja Arto tulevat meille kylään"
tai: $A \wedge B$, kun
A = "Merja tulee meille kylään"
B = "Arto tulee meille kylään"

e) Esim. $A \rightarrow \neg B$ tai $A \wedge \neg B$, kun
A = "Olet ollut ilkeä"
B = "Saat jälkiruokaa"

f) Esim. $A \wedge B$, kun
A = "Manuaali oli pitkä"
B = "Manuaali tuntui loppuvan kesken"

g) $A \vee \neg A \rightarrow \neg B \vee (C \wedge D)$, kun
A = "Minulta kysytään"
B = "Hänen kannattaa ostaa auto"
C = "Hänen on asuttava kaukana työpaikastaan"
D = "Bensiinin on tultava halvemmaksi"

2. Todistetaan väite induktiolla lauseen pituuden suhteen.

Perustapaus: Lause jonka pituus on 1 on kirjain ja sisältää 0 sulkua (0 on parillinen luku).

Induktio-oletus: Lause, jonka pituus on pienempi kuin n, sisältää parillisen määrän sulkuja.

Induktio-askel: Olkoon lauseen pituus n. Lauseen muoto on silloin yksi seuraavista: $(\neg\alpha)$, $(\alpha \vee \beta)$, $(\alpha \wedge \beta)$, $(\alpha \to \beta)$ tai $(\alpha \leftrightarrow \beta)$. Missä α ja β ovat lauseita, joiden pituus on pienempi kuin n. Induktio-oletuksen mukaan α ja β sisältävät parillinen määrä sulkua. Mutta silloin lause sisältää myös parillisen määrän sulkuja.

3. Sovelletaan sopimuksia konnektiivien vahvuusjärjestyksestä:

a) $A \to (B \wedge C) \vee D$

b) $(A \to B) \wedge (B \to C) \to (A \to C)$

c) $(A \wedge (B \vee C)) \vee (A \wedge (C \vee D))$

d) $\neg(A \wedge B) \leftrightarrow (B \to C) \wedge A$

e) $\neg A \wedge \neg B \to \neg(A \vee B)$