Tik-79.144 **Syksy 1999**
Logiikka tietotekniikassa: perusteet
Laskuharjoitus 3
28.9. ja 1.10.1999

1. Todista semanttisella taululla

a) $A \to (B \to B)$,

b) $(A \to B) \wedge (B \to C) \to (A \to C)$,

c) $(A \to B) \wedge (A \to C) \to (A \to B \wedge C)$ ja

d) $(A \to C) \wedge (B \to C) \wedge (A \vee B) \to C$.

2. Tutki semanttisella taululla, pitääkö annettu väittämä paikkansa. Jos ei, anna perusteluksi valuaatio/struktuuri (vastaesimerkki)

a) $\{B \to A, C \to B, (C \to A) \to D\} \models D$

b) $\{A \to C, A \vee B, \neg D \to \neg B\} \models C \to D$

3. Lausekalkyylille voidaan antaa todistusjärjestelmä, jonka aksiomaskeemat ovat:

A1: $P \to (Q \to P)$,
A2: $(P \to (Q \to R)) \to ((P \to Q) \to (P \to R))$ ja
A3: $(\neg Q \to \neg P) \to ((\neg Q \to P) \to Q)$.

Lisäksi käytössä on *modus ponens* -päättelysääntö:

$$\frac{P \quad P \to Q}{Q}$$

Osoita järjestelmän avulla, että

a) $\vdash P \to P$,

b) $\{P \to Q, Q \to R\} \vdash P \to R$,

c) $\{P, Q \to (P \to R)\} \vdash Q \to R$ ja

d) $\vdash \neg\neg P \to P$.