Tik-79.144 **Syksy 1998**
Logiikka tietotekniikassa: perusteet
Laskuharjoitus 4
6. ja 8.10.1998

1. Lausekalkyylille voidaan antaa todistusjärjestelmä, jonka aksiomaskeemat ovat:

$$\begin{array}{ll} \text{A1:} & P \to (Q \to P), \\ \text{A2:} & (P \to (Q \to R)) \to ((P \to Q) \to (P \to R)) \text{ ja} \\ \text{A3:} & (\neg Q \to \neg P) \to ((\neg Q \to P) \to Q). \end{array}$$

Lisäksi käytössä on *modus ponens* -päättelysääntö:

$$\frac{P \quad P \to Q}{Q}$$

Osoita järjestelmän avulla, että

a) $\vdash P \to P$,
b) $\{P \to Q, Q \to R\} \vdash P \to R$,
c) $\{P, Q \to (P \to R)\} \vdash Q \to R$ ja
d) $\vdash \neg\neg P \to P$.

2. Osoita ensimmäisen tehtävän (c)-kohta semanttisen taulun avulla. Mitä etuja taulumenetelmän käytössä on annettuun todistusjärjestelmään verrattuna?

3. Taannoin tutustuimme Insinööri Sörsselssönin spesifikaatioon yksisuuntaisen risteyksen liikennevaloille, jonka formalisoimme seuraavilla lauselogiikan lauseilla:

$$\begin{array}{lll} P1 \lor K1 \lor V1 & P2 \lor K2 \lor V2 & \neg(V1 \land V2) \\ P1 \to \neg K1 \land \neg V1 & P2 \to \neg K2 \land \neg V2 & P1 \to (K2 \lor V2) \\ K1 \to \neg P1 \land \neg V1 & K2 \to \neg P2 \land \neg V2 & P2 \to (K1 \lor V1) \\ V1 \to \neg P1 \land \neg K1 & V2 \to \neg P2 \land \neg K2 & \end{array}$$

Atomiset lauseet Pi, Ki ja Vi tarkoittavat, että liikennevalon i ($i \in \{1, 2\}$) punainen, keltainen ja vihreä lamppu palavat (tässä järjestyksessä). Muunna lauseet klausuulimuotoon ja osoita resoluutiolla, että liikennevalojen punaiset lamput eivät pala yhtäaikaisesti.