Tik-79.144 **Syksy 1998**
Logiikka tietotekniikassa: perusteet
Laskuharjoitus 10

1. *Suunnattu* graafi koostuu joukosta solmuja ja solmujen välisistä *suunnatuista* kaarista. Oletetaan, että solmut on esitetty vakiosymbolien $\{a, b, \ldots\}$ avulla ja kaaret kaksipaikkaisen predikaatin $K(x, y)$ = "solmusta x on kaari solmuun y" avulla.

1. Määrittele predikaatit $R_n(x, y)$ = "solmusta x on kaarien suuntainen reitti solmuun y siten, että reitillä on n kappaletta kaaria", kun n saa arvot $0, 1, 2, \ldots, k$. Kuvaa allaoleva graafi käyttäen predikaattia K.

$$a \;\underset{\longleftarrow}{\overset{\longrightarrow}{}}\; b \longrightarrow c$$

2. Osoita resoluutiolla, että laatimastasi kuvauksesta sekä predikaattien R_2 ja R_3 määritelmistä seuraa loogisesti $\exists x(R_2(x, x) \land R_3(x, c))$.

2. Olkoon annettuna seuraavat lauseet[1]:

1. $\forall x(\mathrm{Close}(\mathrm{m}, x) \rightarrow \mathrm{Reach}(\mathrm{m}, x))$,
2. $\forall x(\mathrm{Tall}(x) \land \mathrm{On}(\mathrm{m}, x) \land \mathrm{Under}(x, \mathrm{b}) \rightarrow \mathrm{Close}(\mathrm{m}, \mathrm{b}))$,
3. $\mathrm{Tall}(\mathrm{c})$,
4. $\mathrm{Climb}(\mathrm{m}, \mathrm{c})$,
5. $\forall z \mathrm{Moves}(\mathrm{m}, \mathrm{c}, z)$,
6. $\forall x(\mathrm{Climb}(\mathrm{m}, x) \rightarrow \mathrm{On}(\mathrm{m}, x))$,
7. $\forall x \forall y \forall z(\mathrm{Moves}(x, y, z) \rightarrow \mathrm{Close}(y, z) \lor \mathrm{Under}(y, z))$ ja
8. $\neg\mathrm{Close}(\mathrm{c}, \mathrm{b})$.

Formalisoinnissa on käytetty seuraavia predikaatteja ja vakiosymboleja:

1. $\mathrm{Tall}(x)$ = "x on korkea",
2. $\mathrm{Climb}(x, y)$ = "x voi kiivetä y:n päälle",
3. $\mathrm{Close}(x, y)$ = "x on lähellä y:tä",
4. $\mathrm{On}(x, y)$ = "x on y:n päällä",
5. $\mathrm{Reach}(x, y)$ = "x ylettää y:hyn",
6. $\mathrm{Under}(x, y)$ = "x on y:n alla",
7. $\mathrm{Moves}(x, y, z)$ = "x (voi) siirtää y:n z:n lähelle"
8. m = "apina",
9. c = "tuoli" ja
10. b = "banaani".

Mieti, mitä lausejoukon lauseet tarkoittavat. Todista `otter`-ohjelman avulla, että $\exists x \mathrm{Reach}(m, x)$ on lausejoukon looginen seuraus. Voidaanko lausejoukko kääntää `PROLOG`-ohjelmaksi?

---

[1] Esimerkki on kirjasta R.D. Dowsing, V.J. Rayward-Smith, C.D. Walter: A First Course in Formal Logic and its Applications in Computer Science