Tik-79.144 **Syksy 1997**
Logiikka tietotekniikassa: perusteet
Laskuharjoitus 4
Ratkaisut

1. a)

1.	$(P \to ((P \to P) \to P))$	[A1]
2.	$((P \to ((P \to P) \to P)) \to$	
	$((P \to (P \to P)) \to (P \to P)))$	[A2]
3.	$((P \to (P \to P)) \to (P \to P))$	[MP:1,2]
4.	$(P \to (P \to P))$	[A1]
5.	$(P \to P)$	[MP:3,4]

b)

1.	$(Q \to R)$	[P2]
2.	$((Q \to R) \to (P \to (Q \to R)))$	[A1]
3.	$(P \to (Q \to R))$	[MP:1,2]
4.	$((P \to (Q \to R)) \to ((P \to Q) \to (P \to R)))$	[A2]
5.	$((P \to Q) \to (P \to R))$	[MP:3,4]
6.	$(P \to Q)$	[P1]
7.	$(P \to R)$	[MP:5,6]

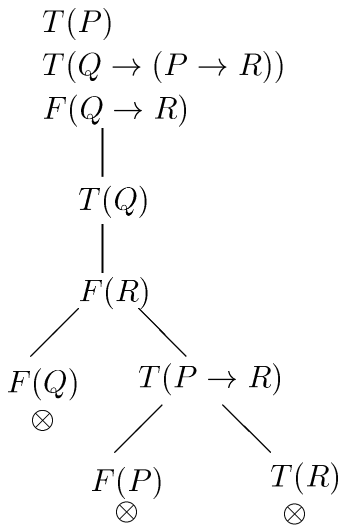
c)

1.	P	[P1]
2.	$(Q \to (P \to R))$	[P2]
3.	$(P \to (Q \to P))$	[A1]
4.	$(Q \to P)$	[MP:1,3]
5.	$((Q \to (P \to R)) \to ((Q \to P) \to (Q \to R)))$	[A2]
6.	$((Q \to P) \to (Q \to R))$	[MP:2,5]
7.	$(Q \to R)$	[MP:4,6]

d) Viimeisen lauseen todistuksessa voidaan käyttää edellisiä kohtia:

1.	$((\neg P \to \neg\neg P) \to ((\neg P \to \neg P) \to P))$	[A3]
2.	$(\neg P \to \neg P)$	[(a)]
3.	$((\neg P \to \neg\neg P) \to P)$	[(c):1,2]
4.	$(\neg\neg P \to (\neg P \to \neg\neg P))$	[A1]
5.	$(\neg\neg P \to P)$	[(b):4,3]

2. Laaditaan semanttinen taulu. Väittämä $\{P, Q \to (P \to R)\} \vdash Q \to R$ seuraa, koska taulun kaikki haarat sulkeutuvat.

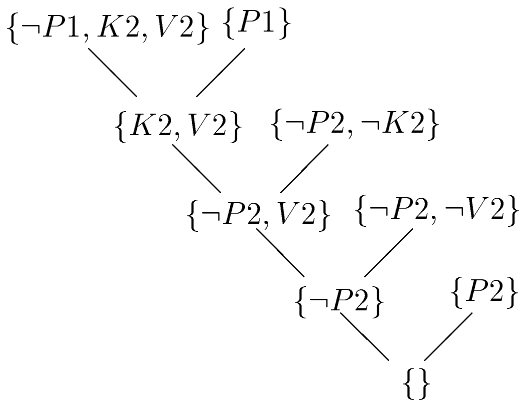


Taulumenetelmän etuna on, että päättelysääntö voidaan valita suoraan lauseen muodon perusteella.

3. Muunnetaan lauseet konjuntiiviseen normaalimuotoon ja klausuuleiksi. Taulukossa on viimeisenä todistettavan kaavan negaatio $P1 \wedge P2$.

Lause		Klausuulit
$Pi \vee Ki \vee Vi$		$\{Pi, Ki, Vi\}$
$Pi \to \neg Ki \wedge \neg Vi$	$\equiv \neg Pi \vee (\neg Ki \wedge \neg Vi)$	
	$\equiv (\neg Pi \vee \neg Ki) \wedge (\neg Pi \vee \neg Vi)$	$\{\neg Pi, \neg Ki\}, \{\neg Pi, \neg Vi\}$
$Ki \to \neg Pi \wedge \neg Vi$	$\equiv (\neg Ki \vee \neg Pi) \wedge (\neg Ki \vee \neg Vi)$	$\{\neg Pi, \neg Ki\}, \{\neg Ki, \neg Vi\}$
$Vi \to \neg Pi \wedge \neg Ki$	$\equiv (\neg Vi \vee \neg Pi) \wedge (\neg Vi \vee \neg Ki)$	$\{\neg Pi, \neg Vi\}, \{\neg Ki, \neg Vi\}$
$\neg(V1 \wedge V2)$	$\equiv \neg V1 \vee \neg V2$	$\{\neg V1, \neg V2\}$
$P1 \to (K2 \vee V2)$	$\equiv \neg P1 \vee K2 \vee V2$	$\{\neg P1, K2, V2\}$
$P2 \to (K1 \vee V1)$	$\equiv \neg P2 \vee K1 \vee V1$	$\{\neg P2, K1, V1\}$
$P1 \wedge P2$		$\{P1\}, \{P2\}$

Osoitamme seuraavaksi taulukossa annettujen klausuulien joukon toteutumattomaksi (tyhjä klausuuli $\{\}$ tarkoittaa ristiriitaa), jolloin lause $\neg(P1 \wedge P2)$ on johdettavissa muista klausuuleista:


{¬P1, K2, V2}
{P1}
{K2, V2}
{¬P2, ¬K2}
{¬P2, V2}
{¬P2, ¬V2}
{¬P2}
{P2}
{}