Teknillinen korkeakoulu, digitaalitekniikan laboratorio

Tik-79.144 Logiikka tietotekniikassa: perusteet

Harjoitustentti 1. joulukuuta 1997

Tehtävä 1 Onko annettu väittämä tosi vai ei (perustele lyhyesti)?

a) $\models A \to \neg A$

b) $\mathcal{V} \models \neg A \vee B$

c) $\{A \wedge C\} \models A \vee \neg B$

d) $\models A \vee B \to (B \to A)$

e) jollekin lauseelle ϕ sekä $\not\models \phi$ että $\not\models \neg\phi$

f) $\Sigma \models \phi$ aina, jos $\neg\phi$ on toteutumaton

Valuaatio $\mathcal{V}$ yllä on $\mathcal{V}(A) = T$, $\mathcal{V}(B) = F$.

Tehtävä 2 Tutki semanttisella taululla, onko $\Sigma \models \phi$. Jos ei, anna perusteluksi valuaatio/struktuuri (vastamalli).

a) $\Sigma = \{A \vee B, \neg(A \wedge B)\}$ ja $\phi = A \leftrightarrow \neg B$

b) $\Sigma = \{P(a) \wedge Q(b), \forall x(Q(x) \to R(x))\}$ ja $\phi = \exists x\ (P(x) \wedge R(x))$

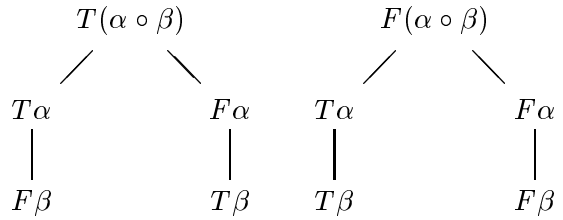
c) $\Sigma = \{\forall x(P(x) \to Q(x)), \forall x(Q(x) \to R(x)), \neg R(a)\}$ ja $\phi = \neg P(a)$

Semanttisten taulujen tulee sisältää kaikki välivaiheet !!!

Tehtävä 3 Anna lineaarinen resoluutiotodistus, jonka perusteella

$$\{\forall x \exists y(P(x) \to Q(x,y)), P(a)\} \models \exists x Q(a,x).$$

Tehtävä 4 Käytetään konnektiivia "toinen muttei molemmat" $\circ$, jolle voidaan antaa seuraavat semanttisen taulun säännöt:



Tietokannassa on lauseet

naapuri(paavo,mara)
naapuri(mara,urho)
naapuri(paavo,arja)
muusikko(urho) $\to$ muusikko(arja)

ja (kahdesta naapuruksesta aina täsmälleen yksi on muusikko)

$$\forall x \forall y(\text{naapuri}(x,y) \to (\text{muusikko}(x) \circ \text{muusikko}(y))).$$

Osoita semanttisella taululla, että Paavo ei ole muusikko.