Tik-79.144 **Syksy 1997**
Logiikka tietotekniikassa: perusteet
Laskuharjoitus 4
7. ja 9.10.1997

1. Lausekalkyylille voidaan antaa todistusjärjestelmä, jonka aksiomaskeemat ovat:

A1: $P \to (Q \to P)$,
A2: $(P \to (Q \to R)) \to ((P \to Q) \to (P \to R))$ ja
A3: $(\neg Q \to \neg P) \to ((\neg Q \to P) \to Q)$.

Lisäksi käytössä on *modus ponens* -päättelysääntö:

$$\frac{P \quad P \to Q}{Q}$$

Osoita järjestelmän avulla, että

a) $\vdash P \to P$,

b) $\{P \to Q, Q \to R\} \vdash P \to R$,

c) $\{P, Q \to (P \to R)\} \vdash Q \to R$ ja

d) $\vdash \neg\neg P \to P$.

2. Osoita ensimmäisen tehtävän (c)-kohta semanttisen taulun avulla. Mitä etuja taulumenetelmän käytössä on annettuun todistusjärjestelmään verrattuna?

3. Taannoin tutustuimme Insinööri Sörsselssönin spesifikaatioon yksisuuntaisen risteyksen liikennevaloille, jonka formalisoimme seuraavilla lauselogiikan lauseilla:

$P1 \vee K1 \vee V1$	$P2 \vee K2 \vee V2$	$\neg(V1 \wedge V2)$
$P1 \to \neg K1 \wedge \neg V1$	$P2 \to \neg K2 \wedge \neg V2$	$P1 \to (K2 \vee V2)$
$K1 \to \neg P1 \wedge \neg V1$	$K2 \to \neg P2 \wedge \neg V2$	$P2 \to (K1 \vee V1)$
$V1 \to \neg P1 \wedge \neg K1$	$V2 \to \neg P2 \wedge \neg K2$	

Atomiset lauseet Pi, Ki ja Vi tarkoittavat, että liikennevalon i ($i \in \{1, 2\}$) punainen, keltainen ja vihreä lamppu palavat (tässä järjestyksessä). Muunna lauseet klausuulimuotoon ja osoita resoluutiolla, että liikennevalojen punaiset lamput eivät pala yhtäaikaisesti.