Tik-79.144 **Syksy 1996**
Logiikka tietotekniikassa: perusteet
Laskuharjoitus 1
Ratkaisut

1. a) $\neg A \rightarrow \neg B$, kun
$A =$ "Sinä autat"
$B =$ "Saan työn valmiiksi"

b) $\neg A \wedge \neg B$, kun
$A =$ "Tippa tappaa"
$B =$ "Ämpäriin hukkuu"

c) $A \vee B \vee C$, kun
$A =$ "Kuljen työmatkat jalan"
$B =$ "Kuljen työmatkat pyörällä"
$C =$ "Kuljen työmatkat joskus autolla"

d) Joko: A, kun
$A =$ "Merja ja Arto tulevat meille kylään"
tai: $A \wedge B$, kun
$A =$ "Merja tulee meille kylään"
$B =$ "Arto tulee meille kylään"

e) Esim. $A \rightarrow \neg B$ tai $A \wedge \neg B$, kun
$A =$ "Olet ollut ilkeä"
$B =$ "Saat jälkiruokaa"

f) Esim. $A \wedge B$, kun
$A =$ "Manuaali oli pitkä"
$B =$ "Manuaali tuntui loppuvan kesken"

g) $A \vee \neg A \rightarrow \neg B \vee (C \wedge D)$, kun
$A =$ "Minulta kysytään"
$B =$ "Hänen kannattaa ostaa auto"
$C =$ "Hänen on asuttava kaukana työpaikastaan"
$D =$ "Bensiinin on tultava halvemmaksi"

2. Todistetaan väite induktiolla lauseen pituuden suhteen.

Perustapaus: Lause jonka pituus on 1 on kirjain ja sisältää 0 sulkua (0 on parillinen luku).

Induktio-oletus: Lause, jonka pituus on pienempi kuin n, sisältää parillinen määrä sulkua.

Induktio-askel: Olkoon lauseen pituus n. Lauseen muoto on silloin yksi seuraavista: $(\neg\alpha)$, $(\alpha \vee \beta)$, $(\alpha \wedge \beta)$, $(\alpha \rightarrow \beta)$ tai $(\alpha \leftrightarrow \beta)$. Missä α ja β ovat lauseita, joiden pituus on pienempi kuin n. Induktio-oletuksen mukaan α ja β sisältävät parillinen määrä sulkua. Mutta silloin lause sisältää myös parillinen määrä sulkua.

3. Sovelletaan sopimuksia konnektiivien vahvuusjärjestyksestä:

a) $A \rightarrow (B \wedge C) \vee D$

b) $(A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow C) \rightarrow (A \rightarrow C)$

c) $(A \wedge (B \vee C)) \vee (A \wedge (C \vee D))$

d) $\neg(A \wedge B) \leftrightarrow (B \rightarrow C) \wedge A$

e) $\neg A \wedge \neg B \rightarrow \neg(A \vee B)$