Tiedon esittäminen predikaattilogiikalla

- Tyhjä lausejoukko edustaa kaikkia mahdollisia struktuureja (mahdollisia asiantiloja)
- Tyhjän lausejoukon loogiset seuraukset on pätevien lauseiden joukko
- Enemmän lauseita $\Rightarrow$ vähemmän mahdollisia struktuureja $\Rightarrow$ enemmän loogisia seurauksia
- Tiedon esittäminen $\Rightarrow$ rajoitettava struktuurien joukkoa riittävästi, jotta saadaan halutut loogiset seuraukset

Kieli $\mathcal{L}$: $\text{aviossa}(x,y), \text{nainen}(x), \text{mies}(y)$

D_i	$\text{aviossa}^{\mathcal{A}_i}$	$\text{nainen}^{\mathcal{A}_i}$	$\text{mies}^{\mathcal{A}_i}$
$\{1\}$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$
$\{1\}$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{1\}$
$\{1\}$	$\emptyset$	$\{1\}$	$\emptyset$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$\{1,2,3\}$	$\{\langle 1,1\rangle, \langle 1,2\rangle, \langle 1,3\rangle\}$	$\{1,2\}$	$\{3\}$
$\{1,2,3\}$	$\{\langle 1,1\rangle, \langle 1,2\rangle, \langle 1,3\rangle\}$	$\{1,2\}$	$\{1,3\}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$\{1,2,3,4,5\}$	$\{\langle 1,2\rangle, \langle 2,1\rangle\}$	$\{1,2,5\}$	$\{1,2,3,4,5\}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$

$$\Sigma_a = \left\{ \begin{array}{l} \neg\exists x(\text{mies}(x) \land \text{nainen}(x)) \\ \forall x(\neg(\text{aviossa}(x,x))) \\ \forall x\forall y(\text{aviossa}(x,y) \rightarrow \text{aviossa}(y,x)) \\ \forall x\forall y\forall z(\text{aviossa}(x,y) \land \text{aviossa}(x,z) \rightarrow y = z) \\ \forall x\forall y(\text{aviossa}(x,y) \rightarrow ((\text{nainen}(x) \land \text{mies}(y)) \lor (\text{mies}(x) \land \text{nainen}(y)))) \end{array} \right\}$$

D_i	$\text{aviossa}^{\mathcal{A}_i}$	$\text{nainen}^{\mathcal{A}_i}$	$\text{mies}^{\mathcal{A}_i}$
$\{1,2,3\}$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$
$\{1,2,3\}$	$\{\langle 2,1\rangle, \langle 1,2\rangle\}$	$\{1\}$	$\{2,3\}$
$\{1,2,3\}$	$\{\langle 1,3\rangle, \langle 3,1\rangle\}$	$\{1\}$	$\{2,3\}$
$\{1,2,3\}$	$\emptyset$	$\{1,2,3\}$	$\emptyset$
$\{1,2,3,4,5\}$	$\{\langle 1,2\rangle, \langle 2,1\rangle\}$	$\{1\}$	$\{2\}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$

Yksikäsitteisten nimien aksiomat ja sulkeuma-aksiomat

Kieli $\mathcal{L}$: vakiosymbolit $\text{aki}, \text{ann}, \text{eve}$ ja predikaattisymboleita

Jokaisen vakiosymbolin viitattava eri alkioon (unique names):

$$\neg(\text{ann} = \text{eve}), \neg(\text{aki} = \text{eve}), \neg(\text{aki} = \text{ann})$$

Tarkasteltavassa joukossa ei muita kuin vakiosymbolien nimeämiä alkioita (domain closure):

$$\forall x(x = \text{aki} \lor x = \text{ann} \lor x = \text{eve})$$

D_i	$\text{aki}^{\mathcal{A}_i}$	$\text{ann}^{\mathcal{A}_i}$	$\text{eve}^{\mathcal{A}_i}$
$\{1\}$	1	1	1
$\{1,2\}$	1	1	1
$\{1,2\}$	1	1	2
$\{1,2\}$	1	2	1
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$\{1,2,3\}$	1	1	1
$\{1,2,3\}$	1	1	2
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$\{1,2,3\}$	3	3	3
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$\{1,2,3,\ldots\}$	1	1	1

$$\neg(\text{ann} = \text{eve}), \neg(\text{aki} = \text{eve}), \neg(\text{aki} = \text{ann})$$

D_i	$\text{aki}^{\mathcal{A}_i}$	$\text{ann}^{\mathcal{A}_i}$	$\text{eve}^{\mathcal{A}_i}$
$\{1,2,3\}$	1	2	3
$\{1,2,3\}$	1	3	2
$\{1,2,3\}$	2	1	3
$\{1,2,3\}$	2	3	1
$\{1,2,3\}$	3	1	2
$\{1,2,3\}$	3	2	1
$\{1,2,3,4\}$	1	2	3
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$

$$\forall x(x = \text{aki} \lor x = \text{ann} \lor x = \text{eve})$$

D_i	$\text{aki}^{\mathcal{A}_i}$	$\text{ann}^{\mathcal{A}_i}$	$\text{eve}^{\mathcal{A}_i}$
$\{1\}$	1	1	1
$\{1,2\}$	1	1	2
$\{1,2\}$	1	2	1
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$\{1,2,3\}$	1	2	3
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$\{1,2,3\}$	3	2	1

$$\Sigma_u = \left\{ \begin{array}{l} \neg(\text{ann} = \text{eve}), \neg(\text{aki} = \text{eve}), \neg(\text{aki} = \text{ann}) \\ \forall x(x = \text{aki} \lor x = \text{ann} \lor x = \text{eve}) \end{array} \right\}$$

D_i	$\text{aki}^{\mathcal{A}_i}$	$\text{ann}^{\mathcal{A}_i}$	$\text{eve}^{\mathcal{A}_i}$
$\{1,2,3\}$	1	2	3
$\{1,2,3\}$	1	3	2
$\{1,2,3\}$	2	1	3
$\{1,2,3\}$	2	3	1
$\{1,2,3\}$	3	1	2
$\{1,2,3\}$	3	2	1

Avioliittoesimerkki jatkuu...

$$\Sigma = \Sigma_a \cup \Sigma_u \cup \{\forall x(\mathrm{nainen}(x) \vee \mathrm{mies}(x))\}$$

D_i	$\mathrm{aviossa}^{\mathcal{A}_i}$	$\mathrm{nainen}^{\mathcal{A}_i}$	$\mathrm{mies}^{\mathcal{A}_i}$	$\mathrm{aki}^{\mathcal{A}_i}$	$\mathrm{ann}^{\mathcal{A}_i}$	$\mathrm{eve}^{\mathcal{A}_i}$
$\{1,2,3\}$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{1,2,3\}$	1	2	3
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$\{1,2,3\}$	$\emptyset$	$\{1,2,3\}$	$\emptyset$	1	2	3
$\{1,2,3\}$	$\emptyset$	$\{2,3\}$	$\{1\}$	1	2	3
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$\{1,2,3\}$	$\{\langle 1,2\rangle, \langle 2,1\rangle\}$	$\{2,3\}$	$\{1\}$	1	2	3
$\{1,2,3\}$	$\{\langle 1,3\rangle, \langle 3,1\rangle\}$	$\{2,3\}$	$\{1\}$	1	2	3
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$

$$\begin{aligned}\Sigma \;=\; & \Sigma_a \cup \Sigma_u \cup \{\forall x(\mathrm{nainen}(x) \vee \mathrm{mies}(x)), \mathrm{mies}(\mathrm{aki}), \\ & \mathrm{nainen}(\mathrm{ann}), \mathrm{nainen}(\mathrm{eve})\}\end{aligned}$$

Lausejoukolla Σ on olennaisesti seuraavat mallit (struktuurit joissa kaikki lausejouko Σ lauseet ovat tosia):

D_i	$\mathrm{aviossa}^{\mathcal{A}_i}$	$\mathrm{nainen}^{\mathcal{A}_i}$	$\mathrm{mies}^{\mathcal{A}_i}$	$\mathrm{aki}^{\mathcal{A}_i}$	$\mathrm{ann}^{\mathcal{A}_i}$	$\mathrm{eve}^{\mathcal{A}_i}$
$\{1,2,3\}$	$\emptyset$	$\{2,3\}$	$\{1\}$	1	2	3
$\{1,2,3\}$	$\{\langle 1,2\rangle, \langle 2,1\rangle\}$	$\{2,3\}$	$\{1\}$	1	2	3
$\{1,2,3\}$	$\{\langle 1,3\rangle, \langle 3,1\rangle\}$	$\{2,3\}$	$\{1\}$	1	2	3

Onko $\Sigma \cup \{\mathrm{aviossa}(\mathrm{aki}, \mathrm{ann})\} \models \mathrm{aviossa}(\mathrm{ann}, \mathrm{aki})$?

Onko $\Sigma \cup \{\mathrm{aviossa}(\mathrm{aki}, \mathrm{ann})\} \models \neg\mathrm{aviossa}(\mathrm{eve}, \mathrm{aki})$?

Onko $\Sigma \models \neg\mathrm{aviossa}(\mathrm{eve}, \mathrm{ann})$?

Onko $\Sigma \models \neg\mathrm{aviossa}(\mathrm{aki}, \mathrm{ann})$?

Lisää tiedon esittämisestä...

Kieli $\mathcal{L}$: vakiot aki, ann, eve ja predikaattisymboli pitää

$$\Sigma = \left\{ \begin{array}{l} \forall x(x = \mathrm{aki} \vee x = \mathrm{ann} \vee x = \mathrm{eve}) \\ \neg(\mathrm{aki} = \mathrm{ann}), \neg(\mathrm{aki} = \mathrm{eve}), \neg(\mathrm{ann} = \mathrm{eve}) \end{array} \right\}$$

i	D_i	$\mathrm{pitää}^{\mathcal{A}_i}$	$\mathrm{aki}^{\mathcal{A}_i}$	$\mathrm{ann}^{\mathcal{A}_i}$	$\mathrm{eve}^{\mathcal{A}_i}$
0	$\{1,2,3\}$	$\emptyset$	1	2	3
1	$\{1,2,3\}$	$\{\langle 1,1\rangle\}$	1	2	3
2	$\{1,2,3\}$	$\{\langle 1,2\rangle\}$	1	2	3
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
511	$\{1,2,3\}$	$\{\langle 1,1\rangle, \langle 1,2\rangle, \ldots\}$ $= D_{511} \times D_{511}$	1	2	3

$$\Sigma' = \Sigma \cup \{\text{pitää}(\text{aki}, \text{ann}), \text{pitää}(\text{eve}, \text{eve})\}$$

i	D_i	$\text{pitää}^{\mathcal{A}_i}$	$\text{aki}^{\mathcal{A}_i}$	$\text{ann}^{\mathcal{A}_i}$	$\text{eve}^{\mathcal{A}_i}$
2	$\{1,2,3\}$	$\{\langle 1,2\rangle, \langle 3,3\rangle\}$	1	2	3
3	$\{1,2,3\}$	$\{\langle 1,1\rangle, \langle 1,2\rangle, \langle 3,3\rangle\}$	1	2	3
4	$\{1,2,3\}$	$\{\langle 1,1\rangle, \langle 1,2\rangle, \langle 1,3\rangle, \langle 3,3\rangle\}$	1	2	3
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
511	$\{1,2,3\}$	$D_{511} \times D_{511}$	1	2	3

$\Sigma' \models \neg\text{pitää}(\text{aki}, \text{eve})$?

Haluttu lausejoukko on itse asiassa

$$\begin{aligned}\Gamma_2 \quad = \quad & \{\text{pitää}(\text{aki}, \text{ann}), \text{pitää}(\text{eve}, \text{eve}),\\ & \neg\text{pitää}(\text{aki}, \text{aki}), \neg\text{pitää}(\text{aki}, \text{eve}), \neg\text{pitää}(\text{ann}, \text{aki}),\\ & \neg\text{pitää}(\text{ann}, \text{ann}), \neg\text{pitää}(\text{ann}, \text{eve}), \neg\text{pitää}(\text{eve}, \text{aki}),\\ & \neg\text{pitää}(\text{eve}, \text{ann})\}\end{aligned}$$

"Negatiivista tietoa" saattaa olla PALJON enemmän kuin "positiivista" ...

Lausejoukko

$$\Gamma = \{\text{pitää}(\text{aki}, \text{ann}), \text{pitää}(\text{eve}, \text{eve})\}$$

voidaan antaa identiteettipredikaattia käyttäen myös joukkona

$$\begin{aligned}&\{\forall x \forall y(((x = \text{aki}) \wedge (y = \text{ann})) \vee\\ &\quad ((x = \text{eve}) \wedge (y = \text{eve})) \rightarrow \text{pitää}(x, y))\}\end{aligned}$$

Rajoitetaan pitäminen siten, ettei pitämistä tapahdu ellei Γ:ssa asiasta ole erikseen mainittu:

$$\begin{aligned}\Gamma' = &\{\forall x \forall y(((x = \text{aki}) \wedge (y = \text{ann})) \vee\\ &\quad ((x = \text{eve}) \wedge (y = \text{eve})) \leftrightarrow \text{pitää}(x, y))\}\end{aligned}$$

Lausejoukon

$$\Sigma'' = \Sigma \cup \Gamma'$$

kaikki struktuurit ovat sellaisia, että vain aki pitää annista ja eve pitää itsestään:

i	D_i	$\text{pitää}^{\mathcal{A}_i}$	$\text{aki}^{\mathcal{A}_i}$	$\text{ann}^{\mathcal{A}_i}$	$\text{eve}^{\mathcal{A}_i}$
2	$\{1,2,3\}$	$\{\langle 1,2\rangle, \langle 3,3\rangle\}$	1	2	3

$\Sigma'' \models \neg\text{pitää}(\text{aki}, \text{eve})$?

OTTER

$\forall x\ \varphi$	(all x (φ))
$\exists x\ \varphi$	(exists x (φ))
$(\varphi \wedge \psi)$	(φ & ψ)
$(\varphi \vee \psi)$	(φ | ψ)
$(\varphi \rightarrow \psi)$	(φ -> ψ)
$(\varphi \leftrightarrow \psi)$	(φ <-> ψ)
$(t_1 = t_2)$	(t_1 = t_2)
$\neg\varphi$	(- φ)

Esim.

$\forall x \exists y\ P(x,y)$	all x exists y (P(x,y)).
$\forall x (P(x) \wedge (Q(x) \vee R(x)))$	all x (P(x) & (Q(x) | R(x))).

Päättelysäännöt

`set(binary_res).`	binääriresoluutio
`set(ur_res).`	yksikköresoluutio
`set(auto).`	OTTER valitsee itse päättelysäännöt yms. (suositellaan kotitehtävän yhteydessä)

Esimerkki

```
set(binary_res).             % Resoluutiostrategia

assign(max_mem, 1500).       % 1.5 megatavua
assign(max_seconds, 1800).   % 30 minuuttia

formula_list(sos).

(all x (espoolainen(x) -> uusmaalainen(x))).     % P1
(exists x (espoolainen(x) & teekkari(x))).       % P2
-(exists x (uusmaalainen(x) & teekkari(x))).     % Q?

end_of_list.
```


OTTERin tulosteet

```
-------> sos clausifies to:

list(sos).
1 [] -espoolainen(x)|uusmaalainen(x).
2 [] espoolainen($c1).
3 [] teekkari($c1).
4 [] -uusmaalainen(x)| -teekkari(x).
end_of_list.

======= end of input processing =======
```

```
=========== start of search ===========

given clause #1: (wt=2) 2 [] espoolainen($c1).

given clause #2: (wt=2) 3 [] teekkari($c1).

given clause #3: (wt=4) 1 [] -espoolainen(x)|uusmaalainen(x).
** KEPT (wt=2): 5 [binary,1.1,2.1] uusmaalainen($c1).

given clause #4: (wt=2) 5 [binary,1.1,2.1] uusmaalainen($c1).

given clause #5: (wt=4) 4 [] -uusmaalainen(x)| -teekkari(x).
** KEPT (wt=2): 6 [binary,4.1,5.1] -teekkari($c1).

----> UNIT CONFLICT at   0.03 sec ----> 7 [binary,6.1,3.1] $F.
```



```
-------- PROOF --------
Length of proof is 2.  Level of proof is 2.

---------------- PROOF ----------------

1 [] -espoolainen(x)|uusmaalainen(x).
2 [] espoolainen($c1).
3 [] teekkari($c1).
4 [] -uusmaalainen(x)| -teekkari(x).
5 [binary,1.1,2.1] uusmaalainen($c1).
6 [binary,4.1,5.1] -teekkari($c1).
7 [binary,6.1,3.1] $F.

------------ end of proof -------------
```


Suositeltavat asetukset

```
set(auto).

formula_list(usable).

% tähän tulevat sitten tarvittavat lauseet

end_of_list.
```


OTTER TKK:n koneissa

- Asennettuna seuraavissa koneissa: alpha, beta, gamma, delta, lk-hp-1, lk-hp-2, ...
- Otetaan käyttöön kirjoittamalla: `use otter` (`source /p/setup/use/shell/use.csh`)
- Käynnistäminen: kirjoitetaan lausejoukko tiedostoon xyz.in käynnistetään OTTER kirjoittamalla otter < xyz.in tai ott xyz.in
- Hakemistossa /p/edu/tik-79.144: esimerkkejä (matematiikasta pääasiassa), MS-DOS -binääri, Macintosh-binääri, yms.
- Manuaaliin löytyy osoitin kurssin WWW-sivulta

3. harjoituksen palautus

- Jokainen resoluutioaskel kohtaan 1 (yleisimmät unifioijat, muuttujien nimeäminen). Kohta 1 **ei ole** OTTER-tehtävä.
- Ratkaisuksi laadittu OTTER-syötetiedosto kohtaan 2
- Selitys jokaisesta lauseesta (samankaltaisina toistuvia lauseita, esim. atomilauseet, ei tarvitse erikseen selittää)
- Muutama ajoesimerkki:
  - OTTERin löytämiä todistuksia (pelkkä todistus riittää)
  - kyselyitä joille OTTER ei löytänyt todistusta, ja joille ei pitänytkään todistusta löytyä (jotta näkyy, ettei "tietokanta" ole ristiriitainen).

Palautettava viimeistään 2.12.1996.