Teknillinen korkeakoulu, digitaalitekniikan laboratorio

Tik-79.144 Logiikka tietotekniikassa: perusteet

Harjoitustentti 2. joulukuuta 1996

Tehtävä 1 Ovatko väittämät tosia vai epätosia (perustele lyhyesti)?

a)	$\models A \to \neg A$	d)	$\models A \vee B \to (B \to A)$
b)	$\mathcal{V} \models \neg A \vee B$	e)	jollekin lauseelle ϕ sekä $\not\models \phi$ että $\not\models \neg\phi$
c)	$\{A \wedge C\} \models A \vee \neg B$	f)	$\Sigma \models \phi$ aina, jos $\neg\phi$ on toteutumaton

Valuaatio $\mathcal{V}$ yllä on $\mathcal{V}(A) = T$, $\mathcal{V}(B) = F$.

Tehtävä 2 Osoita semanttisella taululla $\Sigma \vdash \phi$ tai anna valuaatio tai struktuuri $\mathcal{M}$, jolle $\mathcal{M} \models \Sigma$ ja $\mathcal{M} \not\models \phi$, kun

a) $\Sigma = \{A \vee B, \neg(A \wedge B)\}$ ja $\phi = A \leftrightarrow \neg B$

b) $\Sigma = \{P(a) \wedge Q(b), \forall x(Q(x) \to R(x))\}$ ja $\phi = \exists x\ (P(x) \wedge R(x))$

c) $\Sigma = \{\forall x(P(x) \to Q(x)), \forall x(Q(x) \to R(x)), \neg R(a)\}$ ja $\phi = \neg P(a)$

Tehtävä 3 Anna lineaarinen resoluutiotodistus, jonka perusteella

$$\{\forall x \exists y(P(x) \to Q(x,y)), P(a)\} \models \exists x Q(a,x).$$

Tehtävä 4 Käytetään konnektiivia "toinen muttei molemmat"$\circ$, jolle voidaan antaa seuraavat semanttisen taulun säännöt:

$$\begin{array}{ccc} & T(\alpha \circ \beta) & \\ / & & \backslash \\ T\alpha & & F\alpha \\ | & & | \\ F\beta & & T\beta \end{array} \qquad \begin{array}{ccc} & F(\alpha \circ \beta) & \\ / & & \backslash \\ T\alpha & & F\alpha \\ | & & | \\ T\beta & & F\beta \end{array}$$

Tietokannassa on lauseet

naapuri(paavo,mara)
naapuri(mara,urho)
naapuri(paavo,arja)
muusikko(urho) $\to$ muusikko(arja)

ja (kahdesta naapuruksesta aina täsmälleen yksi on muusikko)

$$\forall x \forall y(\text{naapuri}(x,y) \to (\text{muusikko}(x) \circ \text{muusikko}(y))).$$

Osoita semanttisella taululla, että Paavo ei ole muusikko.