Tik-79.144 **Syksy 1996**
Logiikka tietotekniikassa: perusteet
Laskuharjoitus 4
15. ja 17.10.1996

1. Lausekalkyylille voidaan antaa todistusjärjestelmä, jonka aksiomaskeemat ovat:

A1: $P \to (Q \to P)$,
A2: $(P \to (Q \to R)) \to ((P \to Q) \to (P \to R))$ ja
A3: $(\neg Q \to \neg P) \to ((\neg Q \to P) \to Q)$.

Lisäksi käytössä on *modus ponens* -päättelysääntö:

$$\frac{P \quad P \to Q}{Q}$$

Osoita järjestelmän avulla, että

a) $\vdash P \to P$,

b) $\{P \to Q, Q \to R\} \vdash P \to R$,

c) $\{P, Q \to (P \to R)\} \vdash Q \to R$ ja

d) $\vdash \neg\neg P \to P$.

2. Osoita ensimmäisen tehtävän (c)-kohta semanttisen taulun avulla. Mitä etuja taulumenetelmän käytössä on annettuun todistusjärjestelmään verrattuna?

3. Taannoin tutustuimme Insinööri Sörsselssönin spesifikaatioon yksisuuntaisen risteyksen liikennevaloille, jonka formalisoimme seuraavilla lauselogiikan lauseilla:

$$
\begin{array}{ll}
P1 \vee K1 \vee V1 & P2 \vee K2 \vee V2 \\
P1 \rightarrow \neg K1 \wedge \neg V1 & P2 \rightarrow \neg K2 \wedge \neg V2 \\
K1 \rightarrow \neg P1 \wedge \neg V1 & K2 \rightarrow \neg P2 \wedge \neg V2 \\
V1 \rightarrow \neg P1 \wedge \neg K1 & V2 \rightarrow \neg P2 \wedge \neg K2
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{l}
\neg(V1 \wedge V2) \\
P1 \rightarrow (K2 \vee V2) \\
P2 \rightarrow (K1 \vee V1)
\end{array}
$$

Atomiset lauseet Pi, Ki ja Vi tarkoittavat, että liikennevalon i ($i \in \{1, 2\}$) punainen, keltainen ja vihreä lamppu palavat (tässä järjestyksessä). Muunna lauseet klausuulimuotoon ja osoita resoluutiolla, että liikennevalojen punaiset lamput eivät pala yhtäaikaisesti.