

Kotitehtävät:

1. Suunnittele kaksinauhainen epädeterministinen Turingin kone, joka tunnistaa kielen $\{ww \mid w \in \{a,b\}^*\}$. Saat halutessasi olettaa, että koneen nauhapää voi pysyä siirtymässä myös paikoillaan (siirtosuunta "S").
2. Suunnittele kolmenauhainen Turingin kone ADD, joka toimii seuraavasti. Syötteenä annetaan nauhoilla 1 ja 2 kaksi binäärilukua vähiten merkitsevä bitti ensin. Kone laskee kolmosnauhalle lukujen summan samassa esityksessä. Voit olettaa, että syöteluvut ovat saman pituiset, so. että mahdollisesti lyhyempää on "topattu" etunollilla. Siten esimerkiksi laskutoimitus $7 + 11 = 18$ esitetään:

1110
1101
01001

3. Olkoot A ja B numeroituvasti äärettömiä joukkoja, $A \cap B = \emptyset$. Osoita, että tällöin myös yhdiste $A \cup B$ on numeroituvasti ääretön. (Lisätehtävä: Osoita, että tulos on voimassa myös ilman oletusta $A \cap B = \emptyset$.)

Demonstraatiotehtävät:

4. Osoita, että pinoautomaateilla, joilla on yhden sijaan kaksi pinoa, voidaan tunnistaa täsmälleen samat kielet kuin Turingin koneilla.
5. Määrittele Turingin koneen standardimallin muunnos, jossa koneen työnauha on molempiin suuntiin ääretön, ja osoita että tällaisilla koneilla voidaan tunnistaa täsmälleen samat kielet kuin standardimallisillakin.
6. Osoita, että karteesinen tulo $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ on numeroituvasti ääretön. (Vihje: Ajattele parit $(m, n) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N}$ sijoitetuiksi euklidiseen (x, y) -tasoon \mathbb{R}^2 . Numeroi parit suoran $y = -x$ suuntaisiin vinoriveihin.) Päätele tämän tuloksen perusteella, että myös rationaalilukujen joukko \mathbb{Q} on numeroituvasti ääretön.