

Muista ilmoittautua kurssille TOPI-järjestelmän kautta pe 23.9. mennessä. Ilmoittautuminen on pakollista.

Kotitehtävät:

1. Olkoon $\Sigma = \{a, b\}$. Anna esimerkkejä merkkijonoista, jotka kuuluvat seuraaviin kieliin (vähintään kolme esimerkkiä kussakin kohdassa):
 - (a) $\{w \in \Sigma^* \mid w \text{ sisältää parillisen määrän } a\text{:ta ja kolmella jaollisen määrän } b\text{:tä}\}$;
 - (b) $\{a^{2n}b^{3m} \mid n, m \geq 0\}$;
 - (c) $\{uvu^Rv^R \mid u, v \in \Sigma^*\}$;
 - (d) $\{w \in \Sigma^* \mid \exists u, v \in \Sigma^* \text{ s.e. } w = uv = vvv\}$.

2. Palautetaan mieliin luennolla esitetty merkkijonon $w \in \Sigma^*$ käänteisjonon w^R induktiivinen määritelmä:

- (i) $\varepsilon^R = \varepsilon$;
- (ii) jos $w = ua$, missä $u \in \Sigma^*$ ja $a \in \Sigma$, niin $w^R = au^R$.

Luennolla osoitettiin, että kaikille $u, v \in \Sigma^*$ on voimassa $(uv)^R = v^Ru^R$. Osoita samaan tapaan, täsmällisesti määritelmään perustuvalla induktiolla, seuraavat tulokset:

- (a) $(w^R)^R = w$;
- (b) $(w^k)^R = (w^R)^k$, kaikilla $k \geq 0$.

3. Laadi äärelliset automaattit seuraavien kielten tunnistamiseen:

- (a) $\{w \in \{a, b\}^* \mid w \text{ sisältää osajonon } ab\}$;
- (b) $\{w \in \{a, b\}^* \mid w \text{ sisältää osajonon } abb\}$;
- (c) $\{w \in \{a, b\}^* \mid w \text{ ei sisällä osajonoa } abb\}$;
- (d) $\{w \in \{a, b\}^* \mid w \text{ sisältää osajonon } ab \text{ tasan kaksi kertaa}\}$;
- (e) $\{w \in \{0, 1\}^* \mid w \text{ sisältää parillisen määrän (mahd. ei yhtään) merkkiä } 0\}$;
- (f) $\{w \in \{0, 1\}^* \mid w \text{ sisältää kolmella jaollisen määrän (mahd. ei yhtään) merkkiä } 1\}$;
- (g) $\{w \in \{0, 1\}^* \mid w \text{ loppuu eri merkkiin kuin alkaa}\}$.

KÄÄNNÄ

Demonstraatiotehtävät:

4. Osoita, että mikä tahansa vähintään kaksimerkkinen aakkosto Σ on samanveroinen binääriaakkoston $\Gamma = \{0, 1\}$ kanssa siinä mielessä, että Σ :n merkkijonot voidaan helposti koodata Γ :n merkkijonoiksi ja kääntäen. Miten paljon merkkijonon pituus voi muuttua suunnittelemassasi koodauksessa? (Siis jos merkkijonon $w \in \Sigma^*$ pituus on $|w| = n$ merkkiä, mikä on sen vastinjonon $w' \in \Gamma^*$ pituus?) Onnistuisiko vastaava koodaus, jos kohdeaakkostossa olisikin vain *yksi* merkki, esim. $\Gamma = \{1\}$?
5. Laadi äärelliset automaattit seuraavien kielten tunnistamiseen:
 - (a) $\{a^m b^n \mid m = n \pmod{3}\}$;
 - (b) $\{w \in \{a, b\}^* \mid w \text{ sisältää yhtä monta } a\text{:ta ja } b\text{:tä, modulo } 3\}$.(Merkintä " $m = n \pmod{3}$ " tarkoittaa, että luvut m ja n antavat kolmella jaettaessa saman jakojäännöksen.)
6. Laadi äärellinen automaatti, joka tunnistaa yhteen- ja vähennyslaskumerkein toisistaan erotettujen kokonaislukujen jonoja (esim. $11+20-9, -5+8$). Toteuta automaattisi tietokoneohjelmana, joka myös laskee lukujonon arvon.